Vektoren II 2Wb 24. 5. 2002 Name: ____________________

Bei jeder Aufgabe muss der Lösungsweg nachvollziehbar sein. Sie dürfen nebst den Formeln aus der Formelsammlung benutzen, dass

- die Drehung des Vektors $\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ um 90° im positiven Drehsinn den Vektor $\begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix}$ ergibt
- die Drehung des Vektors $\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ um 90° im negativen Drehsinn den Vektor $\begin{pmatrix} a_y \\ -a_x \end{pmatrix}$ ergibt.

1. Gegeben sind A(3/-4/0), B(1/5/-2) und C(-6/7/7), $\vec{s} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 10 \end{pmatrix}$ und $\vec{t} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$.

a) Zeichnen Sie die Punkte in ein dreidimensionales Koordinatensystem ein. Zeichnen Sie ausserdem vom Vektor $\vec{s}$ denjenigen Repräsentanten ein, der einen Ortsvektor darstellt.

b) Kreuzen Sie an, welche der Operationen

☐ $A + B$	☐ $A - B$	☐ $A - \vec{s}$	☐ $2B + \vec{t}$
☐ $\frac{A+B}{2}$	☐ $A + \vec{s}$	☐ $\vec{s} + \vec{t}$	☐ $2\vec{s} - \vec{t}$

sinnvoll sind, berechnen Sie für diese (und nur für diese!) Operationen das Ergebnis und erklären Sie in Worten oder mit einer Skizze, was das Ergebnis geometrisch bedeutet.

2. Teilen Sie die Strecke von A(-9/15/18) nach B(-12/-6/-21) in drei gleiche Teile (gesucht sind die Koordinaten der Teilungspunkte).

3. Ein Rechteck ist doppelt so lang wie breit. Sie kennen die Punkte A(-5/-2) und B(3/-8). Berechnen Sie die Koordinaten der übrigen Ecken für den Fall, dass A, B, C und D im positiven Drehsinn aufeinander folgen und
   a) AB b) BC
   die längere Seite ist.

4. Von einem Dreieck ABC kennt man die Punkte A(5/-4), B(9/8) und den Schwerpunkt S($\frac{2}{3}$/ 3).
   a) Berechnen Sie die Koordinaten von C.
   b) Zeigen Sie rechnerisch, dass F_c(6/-1) der Fusspunkt der Höhe h_c (von C auf die Seite c = AB) des Dreiecks ABC ist.
   c) Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks.

5. Für den Abstand d eines Punktes P(x/y/z) von der z-Achse gilt die Formel

$$d(\text{z-Achse},P) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

   a) Begründen Sie diesen Satz!
   b) P(-4/y/3) ist von Q(-2/14/5) dreimal so weit entfernt wie von der z-Achse. Berechnen Sie y.

6. Über einen Punkt P ist bekannt, dass seine Koordinaten (P_x/P_y) die Gleichung $\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ erfüllen.
   a) Auf welchen Teilbereich der x-y-Ebene lässt sich aufgrund dieser Angabe die mögliche Position des Punktes P beschränken? Zeichnen Sie diesen Teilbereich in einem Koordinatensystem ein!
   b) Wenn P_x = 8 ist, welchen Wert hat dann P_y?
   c) Ist es möglich, dass P(0/3) ist? Begründung!

Vektoren II 2Wb Wiederholungsprüfung 6. 6. 2002

Bei jeder Aufgabe muss der Lösungsweg nachvollziehbar sein. Sie dürfen nebst den Formeln aus der Formelsammlung (insb. auch in Aufgabe 6) benutzen, dass

- die Drehung des Vektors $\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ um 90° im positiven Drehsinn den Vektor $\begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix}$ ergibt
- die Drehung des Vektors $\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ um 90° im negativen Drehsinn den Vektor $\begin{pmatrix} a_y \\ -a_x \end{pmatrix}$ ergibt.

1. Zeichnen Sie in ein Koordinatensystem (y- und z-Achse: 2 Häuschen pro Einheit, x-Achse: 1 Häuschendiagonale pro Einheit) die Punkte A(11/6/2), B(-6/3/-1) und C(-8/-3/2) ein. Berechnen und zeichnen Sie auch den Schwerpunkt des Dreiecks ABC.

2. Von einem Drachenviereck ABCD, dessen Symmetrieachse entlang AC verläuft, kennt man die Ecken B(9/-2) und D(-5/5). Ausserdem weiss man, dass $\overline{CS} = \overline{DS}$ und dass $\overline{SA} = \frac{3}{2}\overline{CS}$ ist, wobei S der Schnittpunkt der Diagonalen ist.

   Berechnen Sie die Koordinaten von A, C und S, sowie die Fläche des Drachenvierecks!

3. Der Punkt C(-23/y/-22) liegt auf der gleichen Geraden wie die Punkte A(-15/2/6) und B(-13/-1/13). Wie weit ist er von A entfernt?

4. Der Punkt P(6t/0/-4t) hat von Q(0/3/-3) den Abstand $\sqrt{43}$. Berechnen Sie t!

5. Gegeben ist das Viereck A(-3/-2), B(3/1), C(-1/3), D(-3/2).
   a) Zeichnen Sie eine massstäbliche Figur (1 Längeneinheit pro Häuschen).
   b) Zeigen Sie rechnerisch, dass das Viereck ein ungleichschenkliges Trapez ist.
   c) Der Vektor $\vec{v}$ verschiebe den Punkt C in einen Punkt C'. ABC'D ist ein Parallelogramm. Berechnen Sie die Komponenten von $\vec{v}$.

6. Beweisen Sie: Wenn $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$ senkrecht zueinander stehen und a_y und b_x nicht 0 sind, gilt $\frac{a_x}{a_y} = -\frac{b_y}{b_x}$.

7. Geben Sie die Komponenten des Vektors $\begin{pmatrix} -54 \\ 34 \end{pmatrix}$ bezüglich der Basis $\begin{pmatrix} 3 \\ -8 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -9 \\ 2 \end{pmatrix}$ an.