Formelsammlung
Schwerpunktfach Physik

Michael Weiss
Oktober 2009

Inhalt

Geradlinige Bewegung

FS 1

Gleichförmige Bewegung

$s = v \cdot t$

s: Länge des zurückgelegten Wegstücks
v: Geschwindigkeit
t: benötigte Zeit

Umrechnung: 1 m/s = 3.6 km/h

Gleichmässig beschleunigte Bewegung

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

a: Beschleunigung
Δv: Geschwindigkeitsdifferenz
Δt: Zeitdifferenz

$$v = a \cdot t + v_0$$

v : Geschwindigkeit zur Zeit t
v_0 : Anfangsgeschwindigkeit

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$$

falls die Anfangs- oder Schlussgeschwindigkeit 0 ist, gelten noch folgende Formeln:

$$s = \frac{1}{2} a\, t^2 = \frac{1}{2} vt$$

$$v^2 = 2as$$

s : zurückgelegter Weg
a : Beschleunigung
t : Zeit
v : Geschwindigkeit am Schluss (bei zunehmender Geschwindigkeit) oder am Anfang (bei abnehmender Geschwindigkeit), wobei a in beiden Fällen als *positiv* zu betrachten ist.

andernfalls gilt

$$s = \frac{1}{2} a\, t^2 + v_0 t + s_0 = \frac{1}{2}(v + v_0)t + s_0$$

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

s : Ort
v_0: Anfangsgeschwindigkeit
v : Schlussgeschwindigkeit
es gilt $a > 0$ falls $v > v_0$ und umgekehrt

Immer gültige Formeln

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t}$$

$\bar{v}$: mittlere Geschwindigkeit im Zeitraum von t bis $t + \Delta t$

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = \dot{s}(t),\; a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v}(t) = \ddot{s}(t)$$

$v(t)$, $a(t)$: Momentangeschwindigkeit und –beschleunigung zur Zeit t

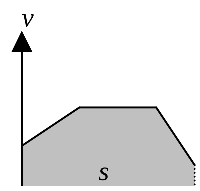
$$s(t) = s_0 + \int_0^t v(t)\,dt$$

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a(t)\,dt$$

$s(t)$: Ort zur Zeit t
s_0 : Anfangsort

Wegberechnung im *v*-*t*-Diagramm

s = zurückgelegte Strecke = Fläche zwischen der v-t-Linie und der t-Achse



Erdbeschleunigung

Würfe

FS 2

Horizontaler Wurf (Abwurfort $(0 / y_0)$, Aufprall auf der Höhe $y = 0$)

$x(t) = v_0 \cdot t$	v_0 : Anfangsgeschwindigkeit (die Richtung der Anfangsgeschwindigkeit ist die Richtung der x-Achse) $x(t)$: Ortskoordinate in der Horizontalen zur Zeit t
$y(t) = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$	y_0 : Anfangshöhe $y(t)$: Höhe zur Zeit t (= Ortskoordinate in der Vertikalen) g: Erdbeschleunigung
$v_x(t) = v_0$	$v_x(t)$: Komponente der Geschwindigkeit in x-Richtung zur Zeit t
$v_y(t) = -gt$	$v_y(t)$: Komponente der Geschwindigkeit in y-Richtung zur Zeit t
$t_s = \sqrt{\frac{2y_0}{g}}$	t_s : Flugzeit
$x_s = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2y_0}{g}}$	x_s: Wurfweite
$y(x) = y_0 - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$	$y(x)$: Gleichung der Bahnkurve
$v_{xs} = v_0$	v_{xs}: x-Komponente der Geschwindigkeit beim Aufprall
$v_{ys} = -\sqrt{2gy_0}$	v_{ys}: y-Komponente der Geschwindigkeit beim Aufprall
$\tan\alpha = \frac{\sqrt{2gy_0}}{v_0}$	α: Aufprallwinkel (gemessen zur Horizontalen)

Schiefer Wurf (Abwurfort (0/0), Aufprall auf der Höhe $y = 0$)

$x(t) = v_0 \cos\alpha \cdot t$	v_0 : Anfangsgeschwindigkeit α: Abwurfwinkel (und Aufprallwinkel) $x(t)$: Ortskoordinate in der Horizontalen zur Zeit t
$y(t) = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$	$y(t)$: Höhe zur Zeit t (= Ortskoordinate in der Vertikalen) g: Erdbeschleunigung
$v_{x0} = v_0 \cos\alpha$	v_{x0} : Komponente der Anfangsgeschwindigkeit in x-Richtung
$v_{y0} = v_0 \sin\alpha$	v_{y0} : Komponente der Anfangsgeschwindigkeit in y-Richtung
$v_x(t) = v_0 \cos\alpha$	$v_x(t)$: Komponente der Geschwindigkeit in x-Richtung zur Zeit t
$v_y(t) = v_0 \sin\alpha - gt$	$v_y(t)$: Komponente der Geschwindigkeit in y-Richtung zur Zeit t
$t_s = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$	t_s : Flugzeit
$x_s = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$	x_s: Wurfweite
$y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$	$y_{\max}$: grösste Höhe
$y(x) = \tan\alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2$	$y(x)$: Gleichung der Bahnkurve

Kräfte

Impuls

$p = m \cdot v$ $\quad$ p : Impuls [kg m/s]

2. Newtonsches Gesetz

bei konstanter Masse:

$F = m \cdot a = m \cdot \ddot{s}$ $\quad$ F : Kraft [N]

m: Masse in ihrer Eigenschaft als träge Masse (Widerstand gegen Beschleunigung)

$a = \ddot{s}$: Beschleunigung [m/s^2]

allgemein:

$F = \dot{p}$

3. Newtonsches Gesetz

$F_{12} = -F_{21}$ $\quad$ F_{12} : Kraft von Körper 1 auf Körper 2

F_{21} : Kraft von Körper 2 auf Körper 1

Gewichtskraft

$F_G = m \cdot g$ $\quad$ m: Masse in ihrer Eigenschaft als schwere Masse (wechselwirkt mit anderen Massen)

g : Erdbeschleunigung ($\approx$ 9.81 m/s^2)

Gravitationskraft

$$F_{Grav.} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G: Gravitationskonstante, $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \ \frac{\text{Nm}^2}{kg^2}$

m_1, m_2: Massen der sich anziehenden Körper (oft auch als M und m bezeichnet)

r: Abstand der Mittelpunkte beider (kugelförmiger) Körper

Federkraft /Spannungskraft

$F_{Sp} = D \cdot \Delta x$ $\quad$ Δx : Verlängerung der Feder (oder sonst eines elastischen Gegenstands) gegenüber der Normallänge. Gilt nur innerhalb gewisser Grenzen (elastischer Bereich) [m]

D : Federkonstante / Elastizitätskonstante (eine Materialkonstante) [N/m]

Reibungskraft

Gleitreibung

$F_{Gl} = f_{Gl} \cdot F_N$ $\quad$ F_{Gl} : Gleitreibung (= nötige Kraft, um einen Körper mit konstanter Geschwindigkeit gleiten zu lassen)

F_N : Normalkraft (=Kraft, die die reibenden Oberflächen zusammendrückt) [N]

f_{Gl} : Gleitreibungskoeffizient (eine Materialkonstante) [ohne Einheit]

Haftreibung

$F_H = f_H \cdot F_N$ $\quad$ F_H : Haftreibung (= nötige Kraft, um einen haftenden Körper ins Rutschen zu bringen)

f_H : Haftreibungskoeffizient (eine Materialkonstante) [ohne Einheit]

Für ein und dasselbe Stoffpaar gilt stets $f_H > f_{Gl}$

Haft- und Gleitreibungskoeffizienten

Stoffpaar	f_{Gl}	f_H
Holz auf Stein	0.3	0.7
Gummi auf Beton (trocken)	0.5	0.65
Gummi auf Beton (nass)	0.35	0.4
Gummi auf Eis (trocken)	0.15	0.2
Gummi auf Eis (nass)	0.08	0.1
Stahl auf Stahl (trocken)	0.12	0.15
Stahl auf Stahl (geschmiert)	0.05	0.11
Stahl auf Eis	0.014	0.027

Strömungswiderstand

laminare Strömung um eine Kugel (Gesetz von Stokes):

$F_R = 6\pi\eta r v$ $\quad$ F_R : Reibungskraft

r : Kugelradius

η : Viskosität ("Zähigkeit") [Ns/m]

v : Geschwindigkeit zwischen Körper und Strömung

turbulente Strömung:

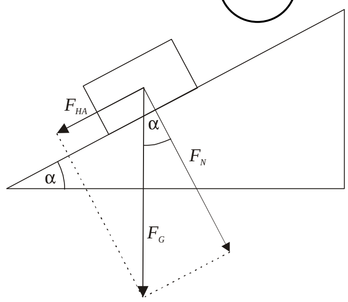
$$F_w = \frac{1}{2} c_w \rho A v^2$$

F_w : Strömungswiderstand (z.B. Luftwiderstand)

c_w : Widerstandszahl (abhängig von der Form des umströmten Körpers, keine Einheit)

Schiefe Ebene

FS 4



$F_{HA} = F_G \cdot \sin\alpha$

$F_N = F_G \cdot \cos\alpha$

F_G : Gewichtskraft
F_{HA} : Hangabtriebskraft
F_N : Normalkraft

Kreisbewegung

Sofern nichts anderes angegeben ist, gelten die Formeln nur bei gleichförmiger Kreisbewegung, d.h. bei konstan Winkelgeschwindigkeit.

Frequenz

f = Anzahl Umdrehungen pro Sekunde (Einheit: Hz oder s^{-1})

Periode

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

T : Periode (in s)

Bogenmaß

$$\varphi[\text{rad}] = \frac{\varphi[°]}{180°} \cdot \pi$$

$\varphi[\text{rad}]$ bzw. $\varphi[°]$: Winkel im Bogenmaß bzw. Gradmaß

Kreisfrequenz oder Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \text{ \textit{(falls ω konstant)}}$$

ω : Kreisfrequenz oder Winkelgeschwindigkeit (in s^{-1})

$\Delta\varphi$: Veränderung des Winkels (gemessen im Bogenmaß) innerhalb der Zeit Δt

$$\omega(t) = \dot{\varphi}(t) \text{ \textit{(allgemein)}}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Winkelbeschleunigung (bei nicht-gleichförmiger Kreisbewegung)

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \text{ \textit{(falls α konstant)}}$$

α : Winkelbeschleunigung

$\Delta\omega$: Veränderung der Winkelgeschwindigkeit innerhalb der Zeit Δt

$$\alpha(t) = \dot{\omega}(t) = \ddot{\varphi}(t) \text{ \textit{(allgemein)}}$$

Bahngeschwindigkeit

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f = \omega r$$

v : Bahngeschwindigkeit (in m/s)

r : Bahnradius (in m)

Kreisbeschleunigung (Zentripetalbeschleunigung)

$$a_z = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = (2\pi f)^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$$

a_z: Kreis- / Zentripetalbeschleunigung (in m/s^2)

Zentripetalkraft / Zentrifugalkraft

$$F_Z = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m(2\pi f)^2 r = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$$

F_Z : Zentripetalkraft [N]

$\vec{F}^*$ $\vec{F}$

$\vec{F}^*$: Zentrifugalkraft [N]

Dynamik starrer Körper

Drehmoment

$M = F \cdot r \cdot \sin\alpha$	F: Kraft r: Abstand von der Drehachse α: Winkel zwischen F und r
$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$	*Drehmoment in vektorieller Form*

Trägheitsmoment

$I = m \cdot r^2$	Masse m im Abstand r von der Drehachse
$I = \int_V r^2 dm(r)$	ausgedehnter Körper $m(r)$: Masse im Abstand r von der Drehachse

Drehimpuls

$L = I \cdot \omega$	L: Drehimpuls ω: Winkelgeschwindigkeit

Grundgesetz der Dynamik bei Kreisbewegungen:

$M = \frac{\Delta L}{\Delta t}$	bei gleichmässiger Winkelbeschleunigung α
$M = \dot{L}$	allgemein
$M = I \cdot \alpha$	bei konstantem Trägheitsmoment I und gleichmässiger Winkelbeschleunigung α
$M = I\dot{\omega} = I\ddot{\varphi}$	bei konstantem Trägheitsmoment

Bei veränderlicher Drehachse müssen alle Gesetze in Vektorform geschrieben werden.

Trägheitsmomente einiger homogener Körper (Achse durch den Schwerpunkt)

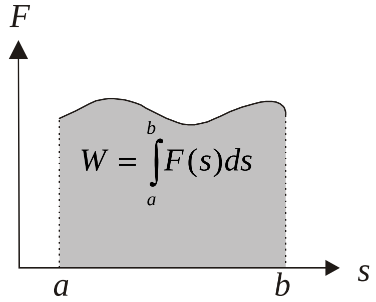
- dünner Stab (Länge ℓ)	$I = \frac{1}{12} m\ell^2$	Achse ⊥ zum Stab
- Quader (Kantenlängen a, b, c)	$I = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$	Achse ‖ c
- Zylinder (Höhe h, Radius r)	$I = \frac{1}{2} mr^2$	Achse ‖ h
	$I = m\left(\frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right)$	Achse ⊥ h
- Hohlzylinder (Innenradius r_1, Aussenradius r_2, Höhe h)	$I = \frac{1}{2} m\left(r_1^2 + r_2^2\right)$	Achse ‖ h
- Kugel (voll)	$I = \frac{2}{5} mr^2$	
- Kugel (hohl)	$I = \frac{2}{3} mr^2$	Wandstärke $d \ll r$
Satz von Steiner	$I = I_S + ms^2$	I_S: Achse durch den Schwerpunkt

Arbeit, Energie, Leistung

FS 6

Arbeit (Definition)

Allgemeine Berechnung der Arbeit im Kraft-Weg-Diagramm



$W = F_{\|} \cdot \Delta s$ — $F_{\|}$: Kraftanteil in Richtung des Wegs
Δs: Länge des Wegs

Hubarbeit
$W_{\mathrm{Hub}} = mg\Delta h$ — *m:* Masse
g: Erdbeschleunigung
Δh: Höhendifferenz

Spannarbeit
$W_{\mathrm{Sp}} = \frac{1}{2} D(\Delta x)^2$ — D :Federkonstante
Δx : Verlängerung der Feder gegenüber der Ruhelage

Beschleunigungsarbeit
$W_{\mathrm{Beschl.}} = \frac{1}{2} mv^2$ — *m:* Masse des beschleunigten Körpers
v: Geschwindigkeit, auf die der Körper (aus der Ruhe) beschleunigt wird

Rotationsarbeit
$W_{\mathrm{Rot.}} = \frac{1}{2} I\omega^2$ — *I*: Masse des in Drehung versetzten Körpers
ω: Winkelgeschwindigkeit, auf die der Körper (aus der Ruhe) beschleunigt wird.

Reibungsarbeit entlang eines Wegs Δs
$W_{\mathrm{Reib}} = f_{Gl} \cdot F_N \cdot \Delta s$ — f_{Gl} : Gleitreibungszahl
F_N : Normalkraft
Δs:Länge des Wegs

Energie
Energie ist in einem System gespeicherte Arbeit. Abgesehen von der Reibungsarbeit entspricht jeder Arbeitsforn eine Energieform:

Hubarbeit ↔ potentielle Energie (E_{pot}) — Spannarbeit ↔ Spannungsenergie (E_{Sp})
Beschleunigungsarbeit ↔ kinetische Energie (E_{kin}) — Rotationsarbeit ↔ Rotationsenergie ($E_{\mathrm{Rot.}}$)

potenzielle Energie im Schwerefeld einer Masse M
$E_{\mathrm{pot}}^{\mathrm{Grav.}} = -G\frac{Mm}{r}$ — *m*: Masse des Körpers, dessen potenzielle Energie bestimmt wird
G: Gravitationskonstante, $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{kg^2}$
r: Abstand der Mittelpunkte beider Körper

Wärme:
$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$ — *c*: spezifische Wärmekapazität
m: Masse
ΔT: Temperaturerhöhung in °C oder in K
Q: übertragene Wärme

$c_{\mathrm{Wasser}} = 4182\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\ °C}}$

Leistung (Definition)
$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ — ΔW: Arbeit
ΔE: Energie
Δt: Zeit

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{E_{\mathrm{nutzbar}}}{E_{\mathrm{aufgewendet}}} = \frac{P_{\mathrm{nutzbar}}}{P_{\mathrm{aufgewendet}}}$$

Momentane Leistung

$P = F \cdot v$ — *F:* momentane Kraft
v: momentane Geschwindigkeit
(falls *F* und *v* konstant sind, gilt die Formel auch für die nicht-momentane Leistung)

Schwerpunkt

Schwerpunkt zweier Massen m_1 und m_2

$$x_S = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

x_S : x-Koordinate des Schwerpunkts

x_1, x_2: x-Koordinaten der Massen m_1 und m_2
Beide Massen müssen sich auf der x-Achse befinden

Schwerpunktsgeschwindigkeit zweier Massen m_1 und m_2

$$v_S = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

v_S : Geschwindigkeit des Schwerpunkts

v_1, v_2 : Geschwindigkeiten der Massen m_1 und m_2
Beide Massen müssen sich entlang der gleichen Geraden bewegen

Schwerpunkt von n Massen m_1, m_2 , ... , m_n

$$\vec{r}_S = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \ldots + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$$

$\vec{r}_S$: Ortsvektor des Schwerpunkts

$\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_n$: Ortsvektoren der Massen m_1, ... , m_n

Schwerpunktsgeschwindigkeit von n Massen m_1, m_2 , ... , m_n

$$\vec{v}_S = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$$

$\vec{v}_S$: Geschwindigkeit des Schwerpunkts

$\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_n$: Geschwindigkeiten der Massen m_1, ... , m_n

Impulserhaltungssatz

In einem System, auf das keine äusseren Kräfte wirken, ist die Summe der Impulse aller Massen des Systems und daher die Schwerpunktsgeschwindigkeit konstant.

Gerader zentraler Stoss zweier Massen m_1 und m_2

v_1, v_2, v_S, u_1, u_2 : Geschwindigkeiten vor dem Stoss
v_1', v_2', v_S', u_1', u_2' : Geschwindigkeiten nach dem Stoss (wegen der Impulserhaltung ist $v_S = v_S'$)
v_1, v_2, v_1', v_2' : Geschwindigkeiten aus Sicht eines ruhenden Beobachters
u_1, u_2, u_1', u_2' Geschwindigkeiten aus Sicht eines Beobachters, der sich mit v_S bewegt
$u_1 = v_1 - v_S$, $u_1' = v_1' - v_S$, $u_2 = v_2 - v_S$, $u_2' = v_2' - v_S$

a) vollkommen elastisch (die kinetische Energie ist erhalten)

$$v_1' = \frac{m_1 v_1 + m_2(2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}, \quad v_2' = \frac{m_2 v_2 + m_1(2v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}, \; u_1' = -u_1, \; u_2' = -u_2$$

b) vollkommen inelastisch (der grösstmögliche Anteil ΔE_{kin} an kinetischer Energie wird in nicht-mechanische Energie verwandelt

$$v_1' = v_2' = v_S, \; u_1' = u_2' = 0, \quad \Delta E_{kin} = \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{m_1 + m_2}$$

Mechanik der Flüssigkeiten und Gase

Dichte

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ρ: Dichte

m: Masse
V: Volumen

Druck

$$p = \frac{F}{A}$$

p: Druck

F: Kraft
A: Fläche

Schweredruck in Flüssigkeiten

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

ρ: Dichte
g: Gravitationsbeschleunigung
h: Tiefe unter der Oberfläche

Luftdruck

$$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}} = p_0 \cdot 2^{-\frac{h}{h_{1/2}}}$$

p_0: mittlerer Luftdruck auf Meereshöhe, 101325 Pa.
ρ_0: mittlere Luftdichte auf Meereshöhe, 1.30 kg/m^3
h: Höhe über dem Meer
$h_{1/2}$: Höhe über dem Meer, auf der der Luftdruck nur noch halb so gross ist wie auf Meereshöhe, 5500 m
Die Formel gilt nur unter der (falschen) Annahme, dass die Temperatur der Luft nicht von der Höhe abhängt.

Auftriebskraft

$$F_{\text{Auftrieb}} = \rho_{\text{umgebendes Medium}} \cdot g \cdot V$$

F_{Auftrieb} : Kraft, die auf einen Körper in einem Medium (Flüssigkeit oder Gas) entgegen der Schwerkraft wirkt.
$\rho_{\text{umgebendes Medium}}$: Dichte der Flüssigkeit / des Gases
g: Gravitationsbeschleunigung
V: Verdrängtes Volumen (= das Volumen desjenigen Teils des Körpers, das sich *im* Medium befindet)

Gesetz von Boyle-Mariotte (für Luft und andere Gase)

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$
$$\frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2}$$

p_1, V_1, ρ_1 : Druck ,Volumen und Dichte des Gases im Zustand 1

p_2, V_2, ρ_2 : p, V und ρ des gleichen Gases im Zustand 2

Temperatur und Gasmenge müssen in beiden Zuständen gleich sein!

Strömungsgesetz von Bernoulli (für inkompressible Flüssigkeiten)

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2$$

p_1, h_1, v_1: Druck, mittlere Höhe und Strömungsgeschwindigkeit eines Volumenelements an einem Ort 1
p_2, h_2, v_2: entsprechend an einem Ort 2

Ausströmgeschwindigkeit (ohne Reibung)

$$v = \sqrt{2g(h_1 - h_2) + 2\frac{p_1 - p_2}{\rho}}$$

Bunsen: $h_1 \approx h_2$; Torricelli: $p_1 \approx p_2$

Gesetz von Hagen-Poiseuille (für Strömungen durch Röhren)

$$\Delta p = J \cdot \frac{8\eta}{\pi r^4} \cdot \ell$$

Δp: Druckverlust zwischen den Enden der Röhre

J: Strömungsmenge in m^3/s

Das ideale Gas **FS 9**

Alle Gleichungen sind nur gültig, wenn die Temperatur in Kelvin (K) gemessen wird.

Allgemeine Gasgleichung

$$T\,[\mathrm{K}] = 1\frac{\mathrm{K}}{^\circ\mathrm{C}} \cdot \vartheta\,[^\circ\mathrm{C}] + 273.15\ \mathrm{K}$$

$pV = NkT$ oder
$pV = nRT$ oder
$\frac{p_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{p_2 V_2}{n_2 T_2} = R$ oder
$\frac{p_1 V_1}{N_1 T_1} = \frac{p_2 V_2}{N_2 T_2} = k$

p: Druck
V: Volumen
N: Teilchenzahl
T: Temperatur (in K)
n: Anzahl Mol
R: molare Gaskonstante, 8.314 $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}$
k: Boltzmann-Konstante ($1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

Zusammenhänge über die Avogadro-Konstante:

$nN_A = N$

$N_A\,k = R$

N_A : Avogadro-Konstante, $6.022 \cdot 10^{23}\ \frac{\mathrm{Teilchen}}{\mathrm{mol}} = 6.022 \cdot 10^{23}$ m

(Teilchen: Moleküle oder, falls der betreffende Stoff nicht aus Molekülen besteht, Atome)

relative und molare Masse

$m_{\mathrm{relativ}} = \frac{m_{\mathrm{Molekül}}}{u}$

u: atomare Masseneinheit, $1.66 \cdot 10^{-27}$ kg

$M = m_{\mathrm{Molekül}} \cdot N_A$

$m_{\mathrm{Molekül}}$: Masse eines Moleküls in kg
M : molare Masse (Masse eines Mols in kg, Einheit kg/mol)

$M = m_{\mathrm{relativ}} \cdot 0.001$ kg/mol

Dichte eines Gases

$$\rho = \frac{p \cdot m_{\mathrm{Molekül}}}{kT} = \frac{p \cdot M}{RT}$$

Beziehungen: $\frac{p_1 \cdot m_1^{\mathrm{Molekül}}}{\rho_1 T_1} = \frac{p_2 \cdot m_2^{\mathrm{Molekül}}}{\rho_2 T_2} = k$ oder $\frac{p_1 \cdot M_1}{\rho_1 T_1} = \frac{p_2 \cdot M_2}{\rho_2 T_2} = R$

Molare Masse der Luft (76% N_2, 23% O_2, 1% Ar): $M_{\mathrm{Luft}} = 0.0292$ kg/mol

Mittlere kinetische Energie eines Gasmoleküls

$$\left\langle E_{\mathrm{kin}}^{\mathrm{Molekül}} \right\rangle = \frac{3}{2} kT$$

k: Boltzmann-Konstante ($1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

T: Temperatur

Molare Wärmekapazität

$Q = C \cdot n \cdot \Delta T$

Q: übertragene Wärme
C: molare Wärmekapazität (C_V oder C_p)

$C_V = \frac{f}{2} R$

C_V: molare Wärmekapazität bei konstantem Volumen

f: Anzahl Freiheitsgrade ($f = 3$ für 1-atomige Gase, $f = 5$ für 2-atomige Gase, $f = 6$ für 3- und mehratomige Gase)

$C_p = C_V + R$

C_p: molare Wärmekapazität bei konstantem Druck

Innere Energie eines idealen Gases

Weitere Beiträge zur inneren Energie, Entropie, Hauptsätze der Wärmelehre

Heizwert

Brennstoff	Heizwert in MJ/kg
Benzin	43.21
Diesel	42.97
Heizöl	42.65
Steinkohle	32.20
Torf	15.49
Braunkohle	8.64
Koks	29.78
Ethanol (Alkohol)	26.7
Methan	50.01
Methanol (Brennsprit)	19.76
Erdgas	43.56
Butangas	45.7
Holz (frisch)	6.8
Holz (getrocknet)	15.5
Wasserstoff	120.0

Heizwerttabelle

$$H = \frac{Q}{m}$$

H : (spezifischer) Heizwert

Q : freigesetzte Wärme in J
m : verbrannte Masse in kg

spezifische Schmelzwärme

$$L_f = \frac{Q}{m}$$

L_f : spezifische Schmelzwärme

Wasser: L_f = 333'800 J/kg

spezifische Verdampfungswärme

$$L_v = \frac{Q}{m}$$

L_v : spezifische Schmelzwärme

Wasser: $L_v = 2.256 \cdot 10^6$ J/kg

Erster Hauptsatz

$$\Delta U = Q + W$$

ΔU : Änderung der Inneren Energie eines Systems
Q : dem System zugeführte Wärme (falls $Q < 0$: Wärmeabgabe
W : am System geleistete Arbeit (falls $W < 0$: Arbeitsabgabe)

Entropie

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

ΔS : Entropieänderung, falls T bei der Wärmeaufnahme bzw. Wärmeabgabe konstant ist
Q : aufgenommene Wärme (falls $Q < 0$: abgegebene Wärme)

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q}{T}$$

ΔS : Entropieänderung, falls T sich bei der Wärmeaufnahme bzw. Wärmeabgabe ändert
δQ : Wärmeaufnahme, die zur Änderung der Temperatur von T nach $T + dT$ führt (falls $T_2 < T_1$: Wärmeabgabe)
z.B. $\delta Q = c \cdot m \cdot dT$

Entropie eines idealen Gases:

$$S = nC_V \ln\frac{T}{T_0} + nR\ln\frac{V}{V_0}$$

T_0, V_0 : Temperatur und Volumen eines beliebigen Anfangszust

Entropie einer Mischung zweier idealer Gase A und B (Endvolumen = Summe der Anfangsvolumina, p, T konst

$$S_{A+B} = S_A + S_B + n_A R \ln\left(\frac{n}{n_A}\right) + n_B R \ln\left(\frac{n}{n_B}\right)$$

S_A, S_B : Entropien der Gase A und B vor der Mischung

Statistische Deutung der Entropie

$$\Delta S = k \cdot \ln \Omega$$

k : Boltzmann-Konstante, $1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K
Ω : Veränderung der Anzahl Realisierungsmöglichkeiten eines Systems

Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre

$\Delta S < 0$ für jeden periodischen Prozess

ΔS : Entropieaufnahme durch die Arbeitssubstanz des Prozesses während einer ganzen Periode

Wärmearbeitsmaschine, Wärmepumpe und Kühlmaschine

Alle Gleichungen sind nur gültig, wenn die Temperatur in Kelvin (K) gemessen wird.

adiabatische Zustandsänderungen

adiabatisch:

$Q = 0 \rightarrow \Delta U = W$

Adiabatengleichungen:

$$p_1 V_1^{\kappa} = p_2 V_2^{\kappa}$$

$\kappa = C_p / C_V$

$$T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1}$$

$$\frac{T_1^{\kappa}}{p_1^{\kappa-1}} = \frac{T_2^{\kappa}}{p_2^{\kappa-1}}$$

Wärmearbeitsmaschine

Wirkungsgrad:

$$\eta_{\mathrm{WAM}} = \frac{W}{Q_1}$$

W : herausgeholte Arbeit, $W = Q_1 - Q_2$

Q_1 : dem heissen Reservoir entnommene Wärme

Q_2 : dem kalten Reservoir zugeführte Abwärme

Bestmöglicher Wirkungsgrad / Carnot-Wirkungsgrad:

$$\eta_{\mathrm{WAM}}^{th} = \eta_{\mathrm{WAM}}^{\mathrm{c}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

T_1, T_2 : Temperaturen des heissen und kalten Reservoirs

Wärmepumpe

Leistungsziffer:

$$\varepsilon_{\mathrm{WP}} = \frac{Q_1}{W}$$

W : hineingesteckte Arbeit, $W = Q_1 - Q_2$

Q_1 : dem heissen Reservoir hinzugefügte Wärme

Q_2 : dem kalten Reservoir entnommene Wärme

Bestmögliche Leistungsziffer:

$$\varepsilon_{\mathrm{WP}}^{th} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

T_1, T_2 : Temperaturen des heissen und kalten Reservoirs

Kühlmaschine

Leistungsziffer:

$$\varepsilon_{\mathrm{KM}} = \frac{Q_2}{W}$$

W : hineingesteckte Arbeit, $W = Q_1 - Q_2$

Q_1 : dem heissen Reservoir hinzugefügte Wärme

Q_2 : dem kalten Reservoir entnommene Wärme

Bestmögliche Leistungsziffer:

$$\varepsilon_{\mathrm{KM}}^{th} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

T_1, T_2 : Temperaturen des heissen und kalten Reservoirs

Wärmetransport

Wärmeleitung eines Materials

$$P = \frac{\lambda}{d} A\Delta T = kA\Delta T$$

P : Wärmeleistung

λ : Wärmeleitungskoeffizient (Materialkonstante)
d : Dicke des Materials
$k = \lambda/d$: Wärmedurchgangskoeffizient (k-Wert)
A : Querschnittsfläche des Materials
ΔT : Temperaturdifferenz

Gesamtwärmedurchgangskoeffizient k_{ges} einer n-schichtigen Wand

$$\frac{1}{k_{ges}} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \ldots + \frac{1}{k_n} + \frac{1}{\alpha_a}$$

α_i : innerer Wärmeübergangskoeffizient (ca. $8 \frac{W}{m^2K}$)

k_l : k-Wert der l-ten Wandschicht

α_a : äusserer Wärmeübergangskoeffizient (ca. $20 - 120 \frac{W}{m^2K}$,
je nach Windstärke)

Zusätzliche Verluste durch Fenster

ca. $7 \frac{W}{m^2K}$ bei Einfachverglasung (Abstrahlung), ca. $2 \frac{W}{m^2K}$ bei Doppelverglasung (Konvektion und Abstrahlung

Material	λ	ρ	c	d(12 h)
Erdreich	0.6 – 1.2	2500	800	0.3 – 0.4
Sandstein	1.9	1600 – 2000	710	0.6 – 0.7
Granit	2.1 – 2.9	2500 – 2900	750	0.5 – 0.6
Marmor	2.8	2500 – 2900	800	0.6
Ziegelstein	0.6 – 0.8	1600	840	0.4
Backstein	0.45	1100	920	0.35
Beton	0.7 – 1.2	1500 – 2400	840	0.3 – 0.5
Tannenholz*	0.1 – 0.2	500	1300 – 1700	0.18 – 0.3
Buchen-/Eichenholz*	0.1 – 0.2	700	1300 – 1700	0.15 – 0.25
Fensterglas	0.7 – 1.0	2500	750 – 840	0.3 – 0.35
Duraluminium	165 (!)	2700	920	4.2 (!)
Korkplatten	0.035 – 0.06	100 – 300	1700 – 2100	0.12 – 0.3
Glas-oder Mineralwolle	0.04 – 0.06	40 – 150	800	0.3 – 0.7
Schaumstoff (Polystyrol)	0.035 – 0.04	20 – 40	1300	0.4 – 0.6
Luft	0.03	1.3	1000	0.6
	W/ m K	kg / m³	J / kg K	m

* für trockene Hölzer, und die Wärmeleitfähigkeit ist quer zur Faser gemessen.

Wärmestrahlung

Stefan-Boltzmann-Gesetz

$$I = a\sigma T^4$$

$I = \frac{P}{A} =$ Intensität (= Strahlungsleistung pro m^2)

σ : Stefan-Boltzmann-Konstante ($5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$)

T : Oberflächentemperatur
a : Absorptionsvermögen (=1 für Schwarze Körper, < 1 sonst)

Wien'sches Verschiebungsgesetz

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

λ_{max} : Wellenlänge der intensivsten Strahlung

Elektrostatik I

FS 13

Coulombsches Gesetz

- *Kraft zwischen zwei kugel- oder punktförmigen Ladungsträgern*

$$F = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{4\pi r^2}$$

F : Kraft (anziehend: <0, abstossend: >0)

q_1, q_2 : Ladungen
r : Abstand der Mittelpunkte beider Körper

ε_0 : Elektrische Feldkonstante, $8.854187818 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N\,m}^2}$

- *Kraft zwischen einem langen geraden geladenen Draht und einer punkt- oder kugelförmigen Ladung*

$$F = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{q\lambda}{2\pi r}$$

λ : Linienladungsdichte (= Anz. Coulomb pro Meter)

$$\lambda = \frac{Q}{\ell}$$

Q : Gesamtladung auf dem Draht

ℓ : Länge des Drahts

- *Kraft zwischen einer grossen ebenen geladenen Fläche und einer punktförmigen Ladung*

$$F = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{q\sigma}{2}$$

σ : Flächenladungsdichte (= Anz. Coulomb pro m^2)

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

Q : Gesamtladung auf der Platte

A : Fläche der Platte

- *Kraft auf eine punkt- oder kugelförmige Ladung zwischen den Platten eines Plattenkondensators*

$$F = \frac{1}{\varepsilon_0} q\sigma$$

Definitionsgleichung des elektrischen Felds

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$\vec{E}$: Elektrische Feldstärke, E-Feld, Einheit: N/C oder V/m

F : Kraft auf die Ladung q. Es gilt $\vec{E} \parallel \vec{F}$
q : Probleladung

elektrische Spannung (Definitionsgleichungen)

$$U_{\mathrm{AB}} = \frac{W_{\mathrm{AB}}}{q}$$

U_{AB} : Spannung zwischen den Punkten A und B

W_{AB} : Arbeit, welche an der Ladung q bei der Bewegung im elektrischen Feld von A nach B geleistet wird

$$U_{AB} = \vec{E} \cdot \vec{s}$$

im homogenen Feld, $\vec{s} = \overrightarrow{AB}$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E}(\vec{s})\, d\vec{s}$$

allgemeine Berechnung der Spannung

Spannung und elektrisches Feld im Plattenkondensator

$$U = \vec{E} \cdot d = \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \cdot \sigma \cdot d$$

$\vec{E}$: Elektrische Feldstärke zwischen den Platten

U : Spannung zwischen den Platten
d : Abstand der Platten

elektrisches Potenzial

$\varphi(B) = \varphi(A) + U_{AB}$

$\varphi(A)$, $\varphi(B)$: elektrisches Potenzial im Punkt A bzw. B
U_{AB} : Spannung zwischen den Punkten A und B

$\varphi'(r) = \left|\vec{E}(r)\right|$

r : Radius oder Ort

Kugel:

$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

(Potenzialnullpunkt bei $r = \infty$)

Kapazität eines Kondensators

$C = \frac{Q}{U}$

C : Kapazität (Einheit Farad (F): 1 F = 1 C/V)

U : Spannung zwischen den Kondensatorpolen
Q : Auf jedem Pol gespeicherte Ladung (positiv/negativ)

- *Plattenkondensator*

  $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$

  A : Fläche einer Platte

  ε_r : relative Dielektrizitätskonstante des Mediums zwischen den Kondensatorplatten (für Luft / Vakuum: $\varepsilon_r = 1$)

- *freistehende Kugel*

  $C = 4\pi\varepsilon_0 r$

  r : Kugelradius

- *Kugelkondensator (konzentrische Kugeln)*

  $C = 4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a}\right)^{-1}$

  r_i, r_a : Innen- und Aussenradius

  ε_r : relative Dielektrizitätskonstante des Mediums zwischen den Kondensatorschalen (für Luft / Vakuum: $\varepsilon_r = 1$)

Additionsgesetze für Kapazitäten:

- *seriell:* $\frac{1}{C_{gesamt}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$
- *parallel:* $C_{gesamt} = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$

im Kondensator gespeicherte Energie

$$E = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Energiedichte im elektrischen Feld

$w_e = \frac{1}{2}\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}^2$

w_e : Energiedichte (in J/m^3)

Ladung, Strom, Spannung, Leistung und Widerstand

Elektrische Stromstärke und Spannung

$I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$ (stationär)

$I = \dfrac{dq}{dt}$ (allgemein)

$U_{\mathrm{AB}} = \dfrac{\Delta E_{\mathrm{AB}}}{\Delta q}$

I : elektrische Stromstärke

Δq : Ladungsmenge

Δt : Zeit

U_{AB} : Spannung zwischen den Punkten A und B in einem Stromkreis

ΔE_{AB} : zwischen A und B frei werdende elektrische Energie

Elektrische Leistung und elektrischer Widerstand

$R_{\mathrm{AB}} = \dfrac{U_{\mathrm{AB}}}{I_{AB}}$

R_{AB} : Widerstand zwischen den Punkten A und B in einem Stromkreis.
Bei Ohmschen Leitern ist R_{AB} unabhängig von I.

$P_{AB} = U_{\mathrm{AB}} I_{AB} = \dfrac{U_{\mathrm{AB}}^2}{R_{\mathrm{AB}}} = R_{\mathrm{AB}} I_{AB}^2$

P_{AB} : zwischen A und B frei werdende Leistung

$R_{\mathrm{AB}} = \rho \dfrac{\ell}{A}$

ρ : spezifischer Widerstand eines Materials

ℓ : Länge des Leiters (zwischen A und B)
A : Querschnittsfläche des Leiters

Auf- und Entladen eines Kondensators (RC-Kreis)

- *Aufladen:*

  $U(t) = U_{\max}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

- *Entladen:*

  $U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$

$U(t)$: Spannung über dem Kondensator zur Zeit t

$U_{\max}$: Spannung über der Spannungsquelle, Schlussspannung

U_0 : Anfangsspannung über dem Kondensator

(Mit $Q = C \cdot U$ und $U = R \cdot I$ kann entsprechend der zeitliche Verlauf der Ladung und der Stromstärke berechnet werden.)

Additionsgesetz für serielle Widerstände

$R = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n$

R : Gesamtwiderstand
$R_1, ... , R_n$: Einzelwiderstände

Additionsgesetz für parallele Widerstände

$\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} + \ldots + \dfrac{1}{R_n}$

Kirchhoffsche Gesetze

Knotenregel: $\sum I = \sum I$ *Maschenregel:* $\sum U = \sum U$

Magnetismus und bewegte Ladungen im Magnetfeld

Definitionsgleichung des magnetischen Feldes

$$B = \frac{F}{I \cdot s}$$

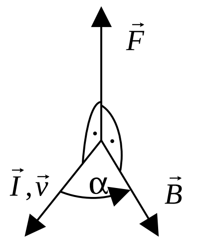
B : magnetische Flussdichte, B-Feld. Einheit: 1 T (Tesla)

I : Stromstärke eines Probeleiters
s : Länge eines Probeleiters
$\vec{F}$, $\vec{B}$ und $\vec{I}$ stehen paarweise senkrecht aufeinander

Kraftwirkung eines Feldes $\vec{B}$ auf einen Strom I in einem Draht der Länge s:

$F = B \cdot I \cdot s \cdot \sin \alpha$
oder $\vec{F} = I \cdot \vec{s} \times \vec{B}$

F : Kraft
α : Winkel zwischen $\vec{I}$ und $\vec{B}$



Lorentzkraft (Kraft auf eine Ladung q im Magnetfeld B)

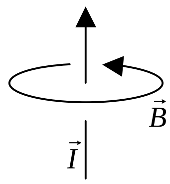
$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$
oder $F = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

B-Feld eines geradlinigen Drahtes:

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$$

μ_0: magnetische Feldkonstante, $4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}$

r: Abstand vom Draht

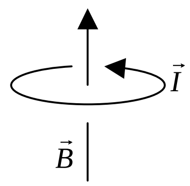


B-Feld im Zentrum eines Kreisstroms

$$B = \mu_0 \frac{I}{2r}$$

r: Radius der Stromschleife

r : Abstand vom Zentrum des Drahts



B-Feld einer langen, dünnen, Strom durchflossenen Spule

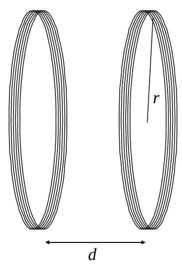
$$B = \mu_0 \mu_r \frac{n \cdot I}{\ell}$$

n : Anzahl Windungen

ℓ : Länge der Spule
μ_r : magnetische Permeabilität der Spulenfüllung

B-Feld einer Helmholtz-Spule (Doppelspule mit r = d)

$$B = 0.716 \mu_0 \frac{n \cdot I}{r}$$



Grundgleichung der Massenspektroskopie

$r^2 B^2 q = 2Um$

r : Radius der Kreisbahn des Teilchens im Magnetfeld
B : Stärke des magnetischen Felds
q : Ladung des beschleunigten Teilchens
U : Beschleunigungsspannung
m : Masse des beschleunigten Teilchens

Hall-Spannung

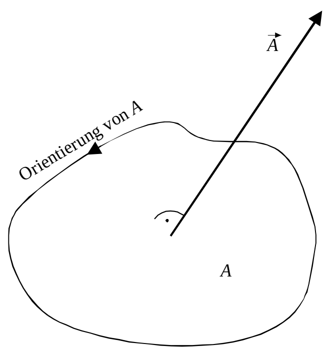
$$U_H = \frac{1}{nq} \cdot \frac{IB}{d} = R_H \cdot \frac{IB}{d}$$

n : Ladungsträgerdichte (in m^{-3}) in der Sonde

I : Stromstärke durch die Sonde
B : Magnetfeld (Anteil senkrecht zur Stromrichtung)
d : Dicke der Sonde (senkrecht zu I)

Induktion

Flächenvektor



$\vec{A} \perp A$ — A: Ebene, endliche, einfach zusammenhängende Fläche im Raum, bzw. deren Flächeninhalt

$|\vec{A}| = A$

$\vec{A}$: Flächenvektor zu A

Die relative Orientierung von $\vec{A}$ und A
ist durch die Rechte-Hand-Regel festgelegt

Magnetischer Fluss

allgemein:

$$\Phi = \iint_A \vec{B}(x,y) \cdot dy \cdot dx$$

Φ: magnetischer Fluss

$\vec{B}(x,y)$: magnetisches Feld am Punkt (x, y)

falls $\vec{B}$ innerhalb von A konstant ist:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$\vec{B}$: magnetisches Feld

Induktionsgesetz

$$U_{ind} = -n\dot{\Phi}$$

U_{ind}: Induktionsspannung in einer Schlaufe, die vom magnetischen Fluss $\Phi(t)$ durchflossen wird

n: Windungszahl der Schlaufe

Die Richtung der Induktionsspannung ist so, dass ein von U_{ind} angetriebener, durch die Schlaufe fliessender Strom ein Magnetfeld erzeugt, welches die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses verzögert.

Selbstinduktion

$$U_{ind} = -L\dot{I}$$

$\dot{I}$: zeitliche Änderung der Stromstärke

L : Induktivität (Einheit Henry: 1 H = 1 $\frac{\text{Vs}}{\text{A}}$)

Induktivität einer Spule

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r n^2 A}{\ell}$$

falls ℓ^2 » A

μ_0: magnetische Feldkonstante, $4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$

μ_r : magnetische Permeabilität der Spulenfüllung

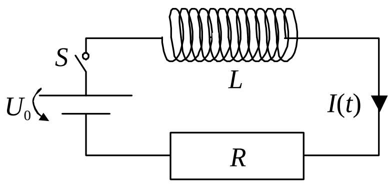
n : Windungszahl der Spule

A : Querschnittsfläche der Spule

ℓ : Länge der Spule

Einschaltvorgang in einem RL-Kreis

$$I(t) = \frac{U_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$



magnetische Energie einer stromdurchflossenen Spule

$$E_m = \frac{1}{2} L I^2$$

E_m : magnetische Energie

Energiedichte des Magnetfelds

1 B^2

Wechselstromkreise

f = Frequenz = Anzahl Wiederholungen pro Sekunde (Einheit: Hz oder s^{-1})
europäischer Wechselstrom: 50 Hz
amerikanischer Wechselstrom: 60 Hz

$T = \dfrac{1}{f}$ — T: Periode (in s)

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$ — ω: Kreisfrequenz

Impedanzen

Reiner Wirkwiderstand R

$Z = R$ — Z: Impedanz, R: Widerstand

Kondensator mit Kapazität C

$Z = \dfrac{1}{i\omega C}$ — ω: Kreisfrequenz der anliegenden Wechselspannung, C: Kapazität

Ideale Spule mit Induktivität L, ohne Wirkwiderstand

$Z = i\omega L$ — L: Induktivität

Reale Spule mit Induktivität L und Wirkwiderstand R

$Z = R + i\omega L$

allgemein:

$Z = |Z| e^{i\varphi}$ — $|Z|$: Betrag der Impedanz, φ: Phase der Impedanz

Additionsregeln für Impedanzen:

Die Regeln sind die gleichen wie für reelle Widerstände (→ FS 15)

Wechselspannung, Wechselstrom

$U(t) = \hat{u} \cdot e^{i\omega t}$ — $\hat{u}$: Scheitelwert der Spannung, ω: Kreisfrequenz

$I(t) = \dfrac{U(t)}{Z} = \dfrac{\hat{u}}{Z} e^{i\omega t} = \hat{\imath} e^{i(\omega t - \varphi)}$ — $\hat{\imath}$: Scheitelwert der Stromstärke, φ: Phase der Impedanz

$\hat{u} = |Z| \cdot \hat{\imath}$

Effektivwerte von Spannung und Strom

$U_{eff} = \dfrac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$ $\qquad I_{eff} = \dfrac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}}$ $\qquad U_{eff} = |Z| \cdot I_{eff}$

Wirkleistung, Scheinleistung, Blindleistung

$P = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi$ — P: Wirkleistung, φ: Phase zwischen Spannung und Stromstärke

$Q = U_{eff} I_{eff} \sin\varphi$ — Q: Blindleistung

Transformator, Maxwellsche Gleichungen

Transformator

$\frac{U_1}{n_1} = \frac{U_2}{n_2}$ (bei geringer Last) — U_1, U_2 : Spannungen an der primären und sekundären Spule

$I_1 \cdot n_1 = I_2 \cdot n_2$ (bei hoher Last) — n_1, n_2 : Windungszahlen der primären und der sekundären Spule

I_1, I_2 : Stromstärken in der primären und der sekundären Spule

Vektor-Differenzialoperatoren

Nabla-Operator

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{dx} \\ \frac{\partial}{dy} \\ \frac{\partial}{dz} \end{pmatrix}$$

Gradient

$$\mathrm{grad}\, v = \vec{\nabla} v = \begin{pmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$v(x, y, z)$: skalares Feld

Divergenz

$$\mathrm{div}\, \vec{v} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x(x,y,z) \\ v_y(x,y,z) \\ v_z(x,y,z) \end{pmatrix}$: vektorielles Feld

Rotation

$$\mathrm{rot}\, \vec{v} = \vec{\nabla} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_z}{dy} - \frac{\partial v_y}{dz} \\ \frac{\partial v_x}{dz} - \frac{\partial v_z}{dx} \\ \frac{\partial v_y}{dx} - \frac{\partial v_x}{dy} \end{pmatrix}$$

Maxwellsche Gleichungen

$$\mathrm{div}\, \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$\vec{E}$: Elektrische Feldstärke

ρ: Ladungsdichte in C/m^3

ε_0 : Elektrische Feldkonstante, $8.854187818 \cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{N\,m^2}$

$$\mathrm{div}\, \vec{B} = 0$$

$\vec{B}$: Magnetische Feldstärke

$$\mathrm{rot}\, \vec{E} = -\dot{\vec{B}}$$

$$\mathrm{rot}\, \vec{B} = \mu_0 \vec{i} + \mu_0 \varepsilon_0 \dot{\vec{E}}$$

$\vec{i}$: elektrische Stromdichte in A/m^3

Spezielle Relativitätstheorie

FS 20

Für alle Formeln gilt:
Beobachter 2 mit Koordinatensystem (x',t') hat gegenüber Beobachter 1 mit Koordinatensystem (x,t) die Geschwindigkeit v in x-Richtung

Galilei-Transformation

$x = x' - v \cdot t' \qquad t = t'$

$x' = x + v \cdot t \qquad t' = t$

Lorentz-Transformation

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

γ: Lorentz-Faktor (> 1 für $v \neq 0$)

$$x = \gamma(x'+vt') \quad t = \gamma(t'+\frac{v}{c^2}x')$$

$$x' = \gamma(x-vt) \quad t' = \gamma(t-\frac{v}{c^2}x)$$

c: Lichtgeschwindigkeit (299'792'458 m/s, genähert $3 \cdot 10^8$ m/s)

Längenkontraktion

$\Delta x = \ell_0 / \gamma$

ℓ_0: Ruhelänge
Δx: Länge des Gegenstands, wenn er sich mit der Geschwindigkeit v relativ zum Beobachter bewegt

Zeitdilatation

$\Delta t = \tau \cdot \gamma$

τ: Eigenzeit
Δt: Zeit zwischen zwei Ereignissen mit festem x'

Geschwindigkeitsaddition

$$u = \frac{u'+v}{1+\frac{u'v}{c^2}}, \quad u' = \frac{u-v}{1-\frac{uv}{c^2}}$$

u': Geschwindigkeit eines Objekts, gemessen von Beobachter 2

u: Geschwindigkeit des gleichen Objekts, gemessen von Beobachter 1
u, u' und v müssen parallel sein

Minkowski-Diagramm

$$\alpha = \arctan\frac{v}{c}$$

α: Neigungswinkel der Achsen x' und t'

(zur 45°-Geraden hin falls $v > 0$, von ihr weg falls $v < 0$)

$$e' = e \cdot \sqrt{\frac{c^2+v^2}{c^2-v^2}} = e \cdot \sqrt{\frac{1+(v/c)^2}{1-(v/c)^2}}$$

e': Länge einer Einheit auf den Achsen x' und t'

e: Länge einer Einheit auf den Achsen x und t

relativistischer Doppler-Effekt

$$f = f_0\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} = f_0\sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}$$

f_0: Sendefrequenz der sich mit v *weg*bewegenden Quelle

Symbole und Einheiten

Grösse	*Symbol(e)*	*Einheit*	*Kurzzeichen*	*Umrechnung in bereits definierte Einheiten*
Ort; Länge; Abstand; Radius	$s, x, y, z; \ell; d; r, R$	Meter	m	
Zeit	t	Sekunde	s	
Masse	m	Kilogramm	kg	
Temperatur	T	Kelvin	K	
Stromstärke	I	Ampère	A	
Stoffmenge	n	Mol	mol	
Wellenlänge	λ	Meter	m	
(Kreis-)Wellenzahl*	k	pro Meter	m^{-1}	
Fläche	A	Quadratmeter	m^2	
Volumen	V	Kubikmeter	m^3	
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde	m/s	
Beschleunigung	a	Meter pro Sekunde im Quadrat	m/s^2	
Winkel	$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \varphi, \ldots$	Radiant / keine Einheit	rad / [ ]	
Frequenz	f, ν	pro Sekunde	s^{-1}	
Periode	T	Sekunde	s	
Winkelgeschwindigkeit*	ω	pro Sekunde	s^{-1}	
Winkelbeschleunigung*	α	pro Sekunde im Quadrat	s^{-2}	
Dichte	ρ	Kilogramm pro Kubikmeter	kg / m^3	
Kraft	F	Newton	N	$1\ N = 1\ kg\ m / s^2$
Drehmoment	M	Newtonmeter	N m	
Trägheitsmoment	I, J	Kilogrammquadratmeter	$kg\ m^2$	
Federkonstante	D	Newton pro Meter	N / m	
Druck	p	Pascal	Pa	$1\ Pa = 1\ N / m^2$
Elastizitätsmodul*	E	Newton pro Quadratmeter	N / m^2	
Kompressibilität*	χ	pro Pascal	Pa^{-1}	
Oberflächenspannung*	γ	Joules pro Quadratmeter	J / m^2	
Viskosität*	η	Newtonsekunden pro Quadratmeter	Ns / m^2	
Widerstandsbeiwert*	c_w	keine Einheit	[ ]	
Auftriebsbeiwert*	c_A	keine Einheit	[ ]	
Reibungskoeffizient	$\mu_{Gl}, \mu_{H.}, \mu_R$	keine Einheit	[ ]	
Impuls*	p	Kilogrammmeter pro Sekunde	kg m / s	
Drehimpuls*	L	Newtonmetersekunde	N m s	$1\ N\ m\ s = 1\ kg\ m^2 / s$
Arbeit	W	Joule	J	1 J = 1 N m
Energie	E	Joule	J	1 J = 1 N m
Wärme(energie)	Q	Joule	J	1 J = 1 N m
Energiedichte	ρ	Joules pro Kubikmeter	J / m^3	
Intensität	I	Watt pro Quadratmeter	W / m^2	
Entropie*	S	Joules pro Sekunde	J / s	
Wirkungsgrad	η	keine Einheit	[ ]	

FS 21

Grösse	*Symbol(e)*	*Einheit*	*Kurzzeichen*	*Umrechnung in bereits definierte Einheiten*
Leistung	P	Watt	W	1 W = 1 J / s
molare Masse	M	Kilogramm pro Mol	kg / mol	
molare Wärmekapazität	c_P, c_V	Joules pro mol und Kelvin	J / (mol K)	
Adiabatenexponent c_P / c_V *	$\varkappa$	keine Einheit	[ ]	
spezifische Wärmekapazität	c	Joules pro Kilogramm und Kelvin	J / (kg K)	
spezifische Verdampfungswärme	L_v	Joules pro Kilogramm	J /kg	
spezifische Schmelzwärme	L_f	Joules pro Kilogramm	J / kg	
Heizwert	H	Joules pro Kilogramm	J / kg	
Längenausdehnungskoeffizient*	α	pro Kelvin	K^{-1}	
Volumenausdehnungskoeffizient*	γ	pro Kelvin	K^{-1}	
Wärmeleitfähigkeit	λ	Watt pro Meter und Kelvin	W / (m K)	
Wärmeleitungskoeffizient, k-Wert	k	Watt pro Quadratmeter und Kelvin	W / (m^2 K)	
Elektrische Ladung	q, Q	Coulomb	C	1 C = 1 A s
Linienladungsdichte	λ	Coulomb pro Meter	C / m	
Flächenladungsdichte	σ	Coulomb pro Quadratmeter	C / m^2	
Raumladungsdichte	ρ	Coulomb pro Kubikmeter	C / m^3	
Elektrische Spannung	U	Volt	V	1 V = 1 J / C
Elektrische Feldstärke	$\vec{E}$	Newton pro Coulomb / Volt pro Meter	N/C oder V/m	
rel. Dielektrizitätskonstante*	ε_r	keine Einheit	[ ]	
Elektrisches Dipolmoment*	$\vec{p}_e$	Coulombmeter	C m	
Kapazität	C	Farad	F	1 F = 1 C / V
Stromdichte*	J	Ampère pro Quadratmeter	A / m^2	
Widerstand	R	Ohm	Ω	1 Ω = 1 V / A
Spezifischer Widerstand	ρ	Ohmmeter	Ω m	
Leitfähigkeit	G	Siemens	S	1 S = 1 Ω^{-1} = 1 A / V
Spezifische Leitfähigkeit	σ	pro Ohmmeter	Ω^{-1} m^{-1}	
Magnetische Feldstärke	B	Tesla	T	1 T = 1 V s / m^2
magnetisches Moment	$\vec{p}_m$	Ampèrequadratmeter	A m^2	
Magnetischer Feldfluss	Φ_m	Teslaquadratmeter	T m^2	1 T m^2 = 1 V s
Induktivität*	L	Henry	H	1 H = 1 V s / A
rel. Permeabilität*	μ_r	keine Einheit	[ ]	
Impedanz*	Z	Ohm	Ω	
Aktivität	A	Bequerel	Bq	1 Bq = 1 s^{-1}
Ionendosis	I, D_{ion}	Coulomb pro Kilogramm	C / kg	
Energiedosis	D	Gray	Gy	1 Gy = 1 J / kg
Qualitätsfaktor	q	keine Einheit	[ ]	
Äquivalentdosis	H	Sievert	Sv	q Sv = 1 Gy

Physikalische Konstanten

FS 23

Erdbeschleunigung (Normwert)	g	$9.80665\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
Gravitationskonstante	G	$6.67259 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N\,m}^2}{\mathrm{kg}^2}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$299'792'458\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Magnetische Feldkonstante	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{T\,m}}{\mathrm{A}}$
Elektrische Feldkonstante	$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$	$8.85418782\ \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N\,m}^2}$
Elementarladung	e	$1.60217733 \cdot 10^{-19}$ C
Ruhemasse des Elektrons	m_e	$9.1093897 \cdot 10^{-31}$ kg
Ruhemasse des Protons	m_p	$1.6726231 \cdot 10^{-27}$ kg
Ruhemasse des Neutrons	m_n	$1.6749286 \cdot 10^{-27}$ kg
Avogadro-Konstante	N_A	$6.0221367 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$
Atomare Masseneinheit	$u = \frac{1}{1000\,\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{kg}} \cdot N_A}$	$1.6605402 \cdot 10^{-27}$ kg, $\hat{=}$ 931.49432 MeV
universelle Gaskonstante	R	$8.31451\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}$
Boltzmann-Konstante	$k = \frac{R}{N_A}$	$1.380658 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$

Umrechnungen

1 m/s = 3.6 km/h	1 kWh = 3'600'000 J	1 PS = 735.5 W
1 eV = $1.60217733 \cdot 10^{-19}$ J	0 °C = 273.15 K	1 cal = 4187 J

Vorsilben

Atto	a	10^{-18}	0.000'000'000'000'000'001
Femto	f	10^{-15}	0.000'000'000'000'001
Pico	p	10^{-12}	0.000'000'000'001
Nano	n	10^{-9}	0.000'000'001
Mikro	µ	10^{-6}	0.000'001
Milli	m	10^{-3}	0.001
Zenti	c	10^{-2}	0.01
Dezi	d	10^{-1}	0.1
Deka	da	10^{1}	10
Hekto	h	10^{2}	100
Kilo	k	10^{3}	1'000
Mega	M	10^{6}	1'000'000
Giga	G	10^{9}	1'000'000'000
Tera	T	10^{12}	1'000'000'000'000