

# Der Massendefekt, die Bindungsenergie und die Kernkraft

Vorab einige Definitionen zur Repetition:

*Nukleon* ist der Sammelbegriff für ein Proton oder ein Neutron.

$Z$  bedeutet die Anzahl Protonen in einem Kern.

$N$  bedeutet die Anzahl Neutronen in einem Kern.

$A$  bedeutet die Anzahl Nukleonen in einem Kern. Es gilt  $A = \underline{\hspace{2cm}}$ .

Die atomare Masseneinheit ist definiert als 1/12 der Masse eines  $^{12}\text{C}$ -Atoms. Ihr Wert ist  $1.66054 \cdot 10^{-27}$  kg.

Wendet man die berühmteste Formel der Physik,  $\underline{\hspace{2cm}}$ , auf Atomkerne an, so kommt man zum Schluss, dass die Masse eines Atomkerns, bestehend aus  $Z$  Protonen und  $N$  Neutronen, immer geringer sein muss als die Masse von  $Z$  einzelnen Protonen plus  $N$  einzelnen Neutronen. Warum?

Die Tatsache, dass sich Protonen und Neutronen zu Atomkernen zusammenfügen können, lässt sich nur durch die Existenz anziehender Kräfte zwischen den Nukleonen erklären. Diese Anziehungskräfte müssen offenbar so stark sein, dass sie bei dem Abstand, den die Nukleonen im Kern voneinander haben, sogar die elektrischen Abstossungskräfte überwiegen.

Hingegen müssen für grössere Abstände die elektrischen Abstossungskräfte überwiegen, denn sonst würden sich kleine Atome ja spontan zu grösseren Atomen zusammenschliessen. Wir wissen heute, dass es für diesen *Fusion* genannten Prozess ungeheuer hohe Aktivierungsenergien braucht, wie sie nur in Sternen, Wasserstoffbomben und Fusionsreaktoren (von denen es allerdings bisher erst Testmodelle gibt) vorkommen. Sind diese Reaktionen allerdings einmal in Gang gekommen, können sie von selbst weiter laufen.

Anziehende Kräfte, die zu einer Bindung führen, verwandeln potentielle Energie in kinetische Energie. Die kinetische Energie wiederum verwandelt sich Wärme. Bei der Fusion von Nukleonen zu Atomkernen wird diese Wärme in Form von Strahlung frei. Sie kann als Aktivierungsenergie für die Fusion weiterer Kerne dienen. Der Kern selbst hat diese Energie dann jedoch verloren. Seine Energie ist geringer als diejenige der einzelnen Nukleonen, aus denen er zusammengesetzt ist. Man nennt diese Energieabnahme wie in der Chemie auch die *Bindungsenergie*. Gemäss der berühmten Gleichung von Einstein nimmt mit der Energie aber auch die Masse ab. Diese Abnahme nennt man den *Massendefekt*.

---

**Aufgabe 1:** Ein Proton hat die Masse  $m_p = 1.67262 \cdot 10^{-27}$  kg, ein Neutron eine solche von  $m_n = 1.67493 \cdot 10^{-27}$  kg, die Masse eines Elektrons beträgt  $9.1093 \cdot 10^{-31}$  kg. Ein Heliumatom ( $^4\text{He}$ ) hat eine Bindungsenergie von  $-4.53337 \cdot 10^{-12}$  J. Wie gross ist seine Masse?

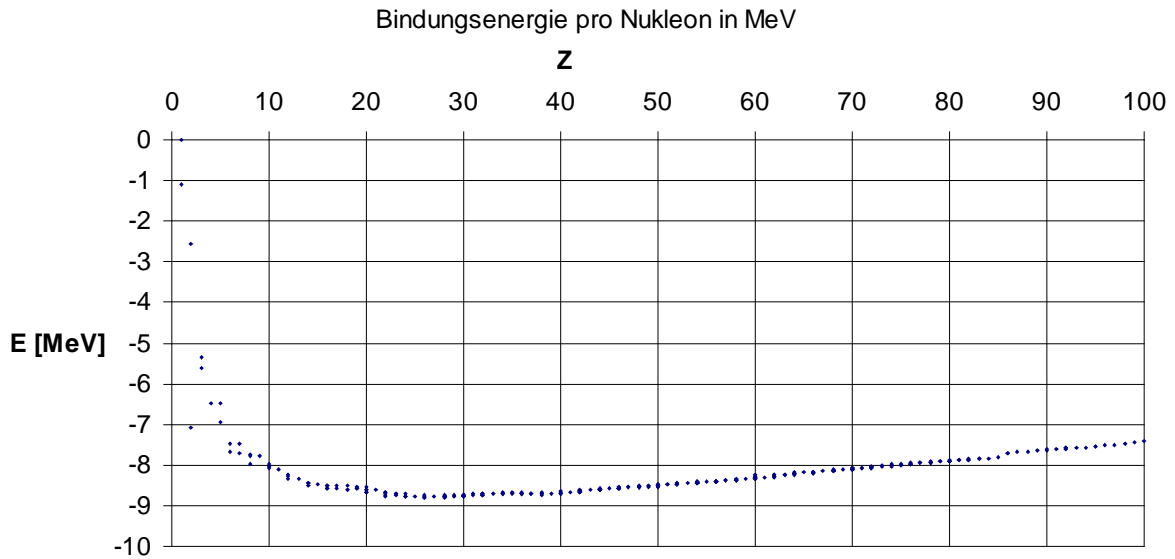
---

Die Atommasse und damit der Massendefekt können mit Hilfe der Massenspektroskopie für jedes Nuklid sehr präzise gemessen werden. Aus diesen Messungen weiss man, dass die Bindungsenergie pro Nukleon bis zu  $Z = 26$  zunimmt (d.h., negativer wird), wobei es allerdings einige Elemente mit besonders grosser Bindungsenergie gibt (insb.  $^4\text{He}$ ,  $^8\text{Be}$ ,  $^{12}\text{C}$  und  $^{16}\text{O}$ ). Der Atomkern mit der größten Bindungsenergie pro Nukleon ist  $^{56}\text{Fe}$ , das Isotop des Eisens mit 26 Protonen und 30 Neutronen. Bis und mit Eisen sind die Elemente durch Fusionsreaktionen in Sternen entstanden, bei denen Energie frei wird und die sich deswegen selbst aufrecht erhalten haben. Die Elemente mit  $Z > 26$  konnten nur bei Explosionen sterbender Riesensterne (so genannte Supernovae) entstehen, weil diese Fusionen mehr Energie brauchen als sie freisetzen und nur in Supernovae die dafür erforderlichen Bedingungen herrschen.

---

**Aufgabe 2:** In der Sonne werden je 4 Wasserstoffatome zu einem Heliumatom fusioniert, wobei zwei Elektronen wegfliegen. Berechnen Sie die dabei frei werdende Energie in MeV.

---



Die schwereren Elemente als Eisen haben eine zunehmend geringere Bindungsenergie pro Nukleon. Bei Elementen mit  $A \geq 210$  (diese Nukleonenzahl tritt erstmals bei Blei auf) kann es sein, dass die Bindungsenergie eines Kerns geringer ist als die Summe der Bindungsenergien eines um 2 Protonen und 2 Neutronen kleineren Kerns und eines Heliumkerns. Solche Kerne zerfallen unter Aussendung eines  $\alpha$ -Teilchens.

---

**Aufgabe 3:** Die Atommasse von  $^{226}\text{Ra}$  ist 226.02544 u, diejenige von  $^{222}\text{Rn}$  ist 222.01761 u. Wie gross kann die kinetische Energie eines  $\alpha$ -Teilchens demnach maximal sein? Vergleichen Sie mit dem Wert in der Nuklidkarte!

---

Woher kommt überhaupt die anziehende Kraft zwischen zwei Nukleonen? Da diese Kraft nur auf sehr kleine Distanzen wirksam ist (nämlich etwa auf  $1.5 \cdot 10^{-15}$  m), verhält sie sich grundlegend anders als die elektrischen und magnetischen Kräfte oder die Schwerkraft. Heute wissen wir, dass sie von den Bestandteilen der Nukleonen, nämlich den Quarks, ausgeht. Diese Kraft, die früher *Kernkraft* genannt wurde und heute den Namen *starke Wechselwirkung* trägt, hält die Quarks in einem Nukleon zusammen und wirkt auch noch zwischen den Quarks zweier benachbarter Nukleonen.

Auf die Nukleonen wirken die Kernkräfte ähnlich wie die Kohäsionskräfte, welche die Moleküle einer Flüssigkeit zusammenhalten. Aus dieser Analogie heraus hat C.F. von Weizsäcker eine Formel zur Berechnung der Bindungsenergie eines Atomkerns aufgestellt:

$$E = aA - bA^{2/3} - cZ^2A^{-1/3}$$

mit  $a = 14$  MeV,  $b = 13$  MeV und  $c = 0.59$  MeV. Der erste Term berücksichtigt die direkte Wechselwirkung zweier direkt nebeneinanderliegender Nukleonen. Deren Zahl ist proportional zu  $A$ . Der zweite Term berücksichtigt, dass die Nukleonen an der Oberfläche keine Bindungspartner haben. Die Oberfläche ist proportional zum Kernradius und damit zu  $A^{2/3}$ . Der dritte Term berücksichtigt die Coulomb-Abstossung.

---

**Aufgabe 4:** Bei der Kernspaltung von  $^{235}\text{U}$  kann z.B.  $^{140}\text{Cs}$  und  $^{94}\text{Rb}$  entstehen. Dabei nimmt  $^{235}\text{U}$  zuerst ein freies Neutron auf, bei der Spaltung entstehen jedoch zwei neue freie Neutronen. Berechnen Sie mit der Weizsäcker-Formel den Energiegewinn pro Spaltung!

---